

A Föld térképezése: a felmérés

A *térkép* szó jól fejezi ki lényegét, a térnek a képe, azaz a valóság kisebbitett tükörképe.

A Föld és az égitestek közelítően gömb alakja a térképlap sík felületén csak úgy ábrázolható, ha meghatározott matematikai törvények alapján a gömbfelszínt vagy egy részletét a síkra vetítjük. A vetítés eredményeként nyert térképi felület mindig kisebb a valódi felszínnél. A valóság kisebbitésének a mértékét, némi egyszerűsítéssel a térképi és felszíni hosszúságok közti arányt, *méretarány*nak nevezzük.

A méretarány a térképeknek a legfontosabb, mindig feltüntetendő adata és jellemzője.

A méretarány azt mutatja, hogy a térképen egységnyi hosszúság (rendszerint 1 cm) a valóságban hány centiméternek felel meg. Például 1 : 5000 azt jelenti, hogy a térkép egy centiméterre a valóságban 50 méter, 1 : 2 500 000-nál pedig 1 cm = 25 km.

A tört alakban felírt méretarány viszont azt mutatja, hogy a valódi hosszúságot hányad részére kisebbitettük a térképi ábrázoláshoz.

$\frac{1}{5000}$ -nél ötezred részre, $\frac{1}{2\,500\,000}$ -nél két és fél milliomod részre. Minél kisebb a méretarány nevezője, annál nagyobb a térképen ábrázolt tereptárgy mérete. Éppen ezért a térképek összehasonlításánál azt a térképet nevezük nagyobb méretarányúnak, amelynek kisebb a nevezője.

A méretarány számszerű feltüntetése mellett a térképeken rajzzal is szemléltetik, hogy a térképen egy centiméter milyen hosszúságnak felel meg a valóságban. Ez az *aránymérték*, mely a térkép méretaránya alapján szerkesztett hosszsmérték. Az aránymérték segítségével vé-

gezhetünk távolságméréseket a térképen. (A kisebb méretarányokban a térképi és a valódi hosszak aránya csak meghatározott irányokban érvényes. Erről a vetületeknél szólunk részletesebben.)

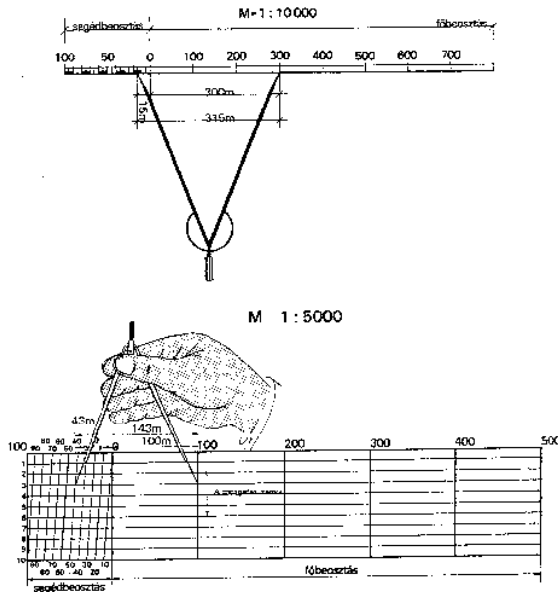
Az aránymérték szerkesztéséhez három adatra van szükség: a méretarányra, az önkényesen választott terepítávolság-egységre és a szerkesztő egységre, amely a terepi távolságnak megfelelő térképi hossz az adott méretarányban. Ha az 1 : 200 000-es térképen a terepítávolság-egységet 5 km-nek választjuk, akkor a szerkesztő egység:

$$1 : 200\,000 = x : 5 \text{ km}$$
$$x = \frac{5\,000\,000 \text{ mm}}{200\,000} = 25 \text{ mm}$$

A térképeken általában egyszerű és átlós aránymértékeket használunk. Az *egyszerű aránymérték* főbeosztásból és segédbeosztásból áll. A kétféle beosztás a 0 kezdőpontból indul ki. Az osztások számozása ellentétes irányú. A segédbeosztást a főbeosztás kisebb (öt, tíz) egységeire osztjuk. A térképről körzővel levett távolságot úgy mérjük meg, hogy a körző egyik hegyét a főbeosztás olyan kerek számú osztásához illesztjük, hogy a másik hegy a segédbeosztásra kerüljön. A keresett távolság a körző két hegye közötti hosszak összege.

Az *átlós aránymérték* olyan egymás alá rajzolt egyszerű aránymértékek sorozatából áll, amelyeknek segédbeosztásait egy-egy beosztással eltolva átlósan összekötjük. A távolságok levétele itt is az egyszerű aránymértéknél leírtak szerint történik, azzal a különbséggel, hogy

a megfelelő főbeosztásra illesztett körző hegyét addig vezetjük a főbeosztás vonalán, amíg a körző másik hegye a segédbeosztás valamelyik átlós vonalára nem illeszkedik. Példánkban a 100 m-es értéket a főbeosztás, a 10 m-es értéket az átlós segédbeosztás mutatja. A méteres értéket pedig úgy kapjuk, hogy leszámoljuk, hányadik vízszintes vonalon van a körzőnk.



87. ábra. Az egyszerű és az átlós aránymérték

A térképeket méretarányuk szerint is csoportosíthatjuk.

A földmérési alaptérképek (régí nevükön helyszínrajzi, kataszteri térképek) felméréssel készül, alaprajzi megjelenítésű, részletes, nagy méretarányú térképek az 1:500–1:5000 méretarány-tartományban.

A topográfiai térképek az 1:10000–1:200000 méretarányok között nagyobb területet áttekinthetően ábrázoló térképek, amelyek topográfiai felméréssel vagy más térkép alapján szerkesztéssel készülnek. A topográfiai térképek nagyon sok országban (például hazánkban is) használati korlátozás alá esnek.

A földrajzi térképek 1:200000-nél kisebb méretarányú nagyobb területek (országrészek, országok, kontinensek stb.) áttekintését szolgáló, szerkesztett térképek.

A fenti felosztás mellett gyakran beszélnek nagy, közép és kis méretarányú térképekről is. Nagy méretarányúak általában az 1:500–1:10000, közép méretarányúak az 1:20000–1:250000 méretarány közötti, és kis méretarányúak az 1:250000-nél kisebb méretarányú térképek.

A felsorolásból kitűnik, hogy a térképek egy része a terep közvetlen felmérése alapján jön létre (napjainkban az 1:500–1:10000 méretarányok között), másik részét pedig már meglévő térképek alapján szerkesztik. Ennek megfelelően különbséget teszünk felmérési és szerkesztett térképek között.

A felmérés során a terület rajza a méretarány meghatározta kisebbitéssel kerül a térképre. A felmérés során határozzuk meg a földfelszín formáinak és tereptárgyainak méreteit és kölcsönös helyzetét. Ehhez ismernünk kell a Föld alakját és nagyságát.

A Föld alakja és méretei

A felmérés a Föld felszínén koordinátákkal meghatározott pontok hálózatára támaszkodik. Ezek a hálózatok adják a térképezéshez szükséges egységes keretet, vázat, amelynek segítségével a földfelszín formái és az azon lévő tereptárgyak térbeli elrendezettségükben a térképre kerülnek. Ezért tekintsük át először a Földet magát, ahol a felmérés folyik.

A természeti népek elképzelése szerint a Föld korong alakú volt. Először a görög Püthagorasz (i. e. 500) ismerte fel a Föld gömb alakját.

Az első kételyek, hogy a Föld nem tökéletesen gömb alakú, akkor merültek fel, amikor Newton (1670) gravitációs törvényét megalkotta. A szabadon lengő ingával végzett mérések ugyanis azt mutatták, hogy a nehézségi gyorsulási értékek g_p a gömb alakú Földön sem mindenhol egyenlők, hanem az egyenlítőtől a pólusok felé haladva értékük nő. Jean Richer (1615–1696) például 1672-ben azt észlelte,

hogy Párizsban jól járó ingaórája az egyenlítő közelében, Cayenne-ben késik, de Párizsban, visszahozva ismét jól jár.

A földfelszínen egy adott m tömegű testre ható vonzóerő a Föld középpontja felé mutató nehézségi erőből (gravitációs erő $G = mg$) és a forgástengelyre merőleges centrifugális erőből (F_φ) tevődik össze, a centrifugális erő:

$$F_\varphi = m \cdot \omega^2 \cdot r_\varphi = m \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \cos \varphi,$$

ahol $\omega = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, a Föld tengely körüli forgásának szögsebessége az állócsillagok rendszeréhez viszonyítva; φ a földrajzi szélesség.

Ennek a centrifugális erőnek a nehézségi erővel ellentétesen ható komponense (f_φ):

$$f_\varphi = F_\varphi \cdot \cos \varphi = m \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \cos^2 \varphi.$$

A kiválasztott m tömegű tárgyra tehát $G - f_\varphi = m g_\varphi$ erő hat, ahol g_φ a különböző földrajzi szélességeken mérhető nehézségi gyorsulás értéke.

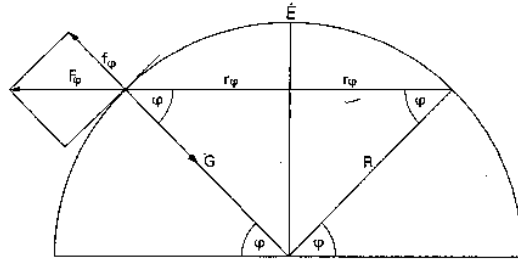
$$\text{Ebből } g_\varphi = \frac{G - f_\varphi}{m} = g - \omega^2 \cdot R \cdot \cos^2 \varphi$$

Az egyenletből következik, hogy a nehézségi gyorsulás értékének a földrajzi szélesség növekedésével mind nagyobbak kell lenni, mert a centrifugális erő okozta gyorsulás, a f_φ érték mind kisebb lesz.

Az egyenlítőn $g_0 = g - \omega^2 \cdot R$, póluson $g_{90} = g$. Ezzel az ingakísérlet eredményeire magyarázatot találtak, anélkül, hogy a föld gömb alakjában kételkedtek volna, hiszen a fenti levezetésnek a gömb alak feltétele.

Christian Huygens (1629–1695) centrifugális erőre vonatkozó törvénye alapján azonban a $\omega^2 \cdot R$ tényező számítható, azaz a centrifugális gyorsulás az egyenlítőn $3,391 \text{ cm/sec}^2$, és mivel $g_{90} - g_0 = \omega^2 \cdot R$, a nehézségi gyorsulás az egyenlítőn és a póluson mért értékének különbsége kb. $3,4 \text{ cm/sec}^2$.

A valóságban azonban az $5,186 \text{ cm/sec}^2$, mert a nehézségi gyorsulás az egyenlítőn $g_0 = 978,046 \text{ cm/sec}^2$, a póluson $g_{90} = 983,232 \text{ cm/sec}^2$. Mivel a különbség csupán a centrifugáliserő-komponens (f_φ) egyenlítőtől a pólus felé haladó csökkenésével nem magyarázható, ezért ebből következik, hogy a Föld középpontja felé mutató nehézségi erő (G) nem ál-



88. ábra. A földfelszínen ható vonzóerő meghatározása a Föld középpontja felé mutató nehézségi erőből és a centrifugális erő ezzel ellentétes összetevőjéből

landó érték, hanem ugyanebben az irányban növekvő.

Ha azonban a tömegvonzás értéke a pólusok irányában növekszik, akkor Newton gravitációs törvénye értelmében (a vonzóerő a távolság négyzetével arányosan csökken) a poláris földátmérőnek rövidebbnek kell lennie, mint az egyenlítőinek. Vagyis az egyenlítőnél távolabb vagyunk a tömegközépponttól, tehát a Föld sarkainál lapult.

A Föld tehát nem gömb alakú, hanem a sarkok irányában kisebb tengelyű forgástest. *Pierre Simon Laplace* (1749–1827) és *Alexander Humboldt* tovább finomította az elméleti megfontolásokat, így jutottak a *szferoid*nak nevezett, a Föld fizikai alakját jobban megközelítő, de bonyolultan leírható földalakhoz.

Ezzel a gömb alakú Föld-elképzelés véglegesen megdőlt. Szükség volt azonban a Föld alakját és méreteit valamely egyszerűen és jól meghatározható geometriai testként megadni, ilyen felület a *forgási ellipszoid*.

Ezt követően azután csaknem minden fejlettebb államban végeztek fokméréseket, melyek célja a pontosság növelése volt. A Francia Tudományos Akadémia két expedícióval meghatározta egyszer az egyenlítőn és egyszer az északi pólushoz közel eső területen egy *ellipszoidi fokív görbületi sugarát*. (Az „egyenlítői” expedíció 1735-től 1741-ig a mai Ecuador – akkor Peruhoz tartozó – területén, a „sarki expedíció” pedig 1736–1737-ben a Lappföldön végzett méréseket.)

Németországban *Karl Friedrich Gauss* (1777–1855) göttingeni matematikus, geodéta

és csillagász végzett fokmérést 1822–1824-ben Inselsberg és Altona között, amely a javított módszerek alkalmazása folytán már igen nagy pontosságot ért el.

Friedrich Wilhelm Bessel (1784–1846) 1840-ben áttekintette az általa ismert méréseket, és a mérési ellentmondások, ellentétek kiegyenlítésével kiszámolta a Földnek mint forgási ellipszoidnak a méreteit (*Bessel-féle forgási ellipszoid*).

Az újabb mérések figyelembevételével *John Fillmore Hayford* (1868–1925) által 1910-ben levezetett ellipszoidot 1924-ben „nemzetközi ellipszoidnak” nyilvánították, és mint „általános ajánlott felületet” javasolták.

1944-ben megjelent munkájában *Feodoszjij Nyikolajevics Kraszovszkij* (1878–1948) ismételtén feldolgozta az eddigi mérési eredményeket. A számításaival nyert forgási ellipszoidot a szocialista országok általánosan elfogadták katonai térképeik alapfelületeként.

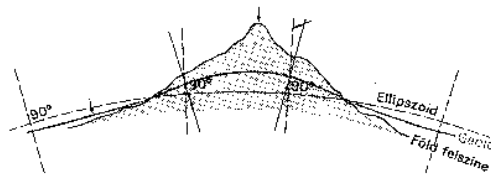
Kraszovszkij számításait csak a műholdak méréseivel nyert nagy tömegű adat feldolgozása módosította. A műholdas megfigyelések számítógépes feldolgozásával nyert forgási ellipszoidot a Nemzetközi Geodéziai és Geofizikai Unió (International Union of Geodesy and Geophysics, rövidítve IUGG) 1967-ben ajánlott alapfelületként javasolta. Az IUGG/1967-nek nevezett forgási ellipszoid alkalmazására napjainkban egyre több ország tér át. Magyarországon az 1975-ben bevezetett új egységes térképrendszer kialakításánál már ezt az ellipszoidot vették figyelembe mint alapfelületet.

Már a fokmérésekből levezetett első számítások olyan földmértbeli eltéréseket mutattak, melyeket nem lehetett egyedül mérési pontatlanságokra visszavezetni. Ezért jutottak azután arra a meggyőződésre, hogy a földalak esetében tulajdonképpen olyan testről van szó, amit nem lehet forgási ellipszoiddal pontosan ábrázolni.

Eszerint alakját fizikailag a nyugvónak képzelt tengerfelszín határozza meg, amelyet a kontinensek alatt is folytatódónak gondolunk.

Ennek a felületnek a jelölésére vezette be az amerikai *Listring* (1808–1882) 1873-ban a „geoid” elnevezést.

A geoidfelület a nehézségi erőter nivófelülete, amely minden pontjában merőleges a pont-



89. ábra. A geoidfelület

ra állított függőleges irányra, és egy, a közepes tengerszint magasságában kijelölt ponton halad át. A függőleges irány azonban a tömegeloszlástól függ, és a tömeg szabálytalan eloszlást mutat, ezért a geoid felülete nem szabályos, hanem – (geometriailag) szabálytalanul – gyengén hullámos.

A földmérés tan (geodézia) egyik fontos feladata a geoidfelület matematikai leírása is, illetve a *geoidunduláció* meghatározása, mely a geoid eltérése a hozzá optimálisan illeszkedő forgási ellipszoidtól.

A hatvanas évek elejétől a Föld körül kerिंगő geodéziai és geofizikai műholdak megteremtették a földalak pontosabb meghatározási lehetőségét. Viszonylag rövid idő alatt a nehézségi erő irányára és intenzitására vonatkozó mérési adatok olyan tömeget szolgáltatottak, amelyek a geoidunduláció, illetve a geoid alak pontosabb számítását tették lehetővé.

A számítások egyrészt a műholdak által kialakított és az egész Földünket behálózó kozmikus háromszögelési hálózat alappontjaira, másrészt a műholdak azon tulajdonságaira vonatkoztak, hogy a földi nehézségi erő értékváltozásaira rendkívül érzékeny módon lengő mozgással reagálnak.

Megállapították, hogy a pólusok az egyenlítőtől nem azonos távolságban vannak. (Az eltérés néhányszor tíz méter lehet.) Egy másik új eredményt a Smithsonian Astrophysical Observatory földi egyenlítő lapultságát igazoló vizsgálata adta. Ez azt mutatta, hogy az egyenlítő sem kör, hanem olyan ellipsziszhez hasonló, amely a 19° nyugati és a 161° keleti hosszúság pontjai között megnyúltabb (a két pont az Atlanti-óceán középső részére, illetve Új-Guineától keletre esik), a 71° keleti és a 109° nyugati hosszúság pontjai között lapultabb (a két

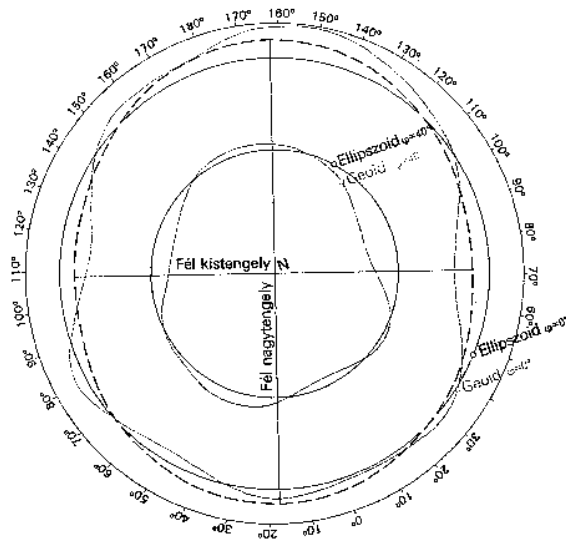
pont a Maldív-szigetekre, illetve a Galápagos-szigetektől nyugatra esik). Az eltérést a kör alaktól 200 m-nél kisebb értékűnek adták.

A rendelkezésre álló mérési eredmények alapján a közepes vagy ideális földi ellipszoid nem forgási, hanem egy háromtengelyű ellipszoid. Ez az ellipszoid optimálisan közelíti a geoid alakot.

A geoidformát a magyar származású *Izsák Imre* (1929–1965) 26 500 műholdmérés elemzése alapján határozta meg.

A 90. ábra két metszetben, az egyenlítőn és 40° északi szélességi kör mentén erősen túlozva mutatja a geoidundulációt. Figyelemre méltó, hogy a két szélességi kör undulációértékei nem hasonló módon futnak. Ez az egész geoidra vonatkoztatva hosszúsági kör irányú deformációra is utal. Erre mutat a nehézségi erőterület ideális ellipszoidtól való eltérésének 10 m-es egyenközű izovonalakkal szerkesztett képe is.

A 91. ábra mutatja, hogy a geoidot kiemelkedések és bemélyedések jellemzik. A tetőzések helyei: a Korájl-tenger Ausztráliától keletre, Madagaskártól délre a Crozet-szigetek területe, a Grönlandtól délre eső tengeri terület, Chile középső részének partja és az Atlanti-óceán területe Asuncion és St. Heléne között.



90. ábra. A geoidunduláció a 0° és 40° szélességi kör mentén

Az öt depressziós hely: a Csendes-óceán Közép-Amerikától délre eső területe, a dél-indiai partok, Ausztrália délnyugati csücske, az Amazonas torkolata előtti tengerterület és a Nyugati-Szahara.

91. ábra. A geoidfelület ideális ellipszoidtól való eltérése 10 m-es izovonalakkal szerkesztve



Bár a geoid kiemelkedései és bemélyedései csak néhányszor tíz méteres értékűek, azonban a nagy méretarányú felméréseknél figyelembe kell venni.

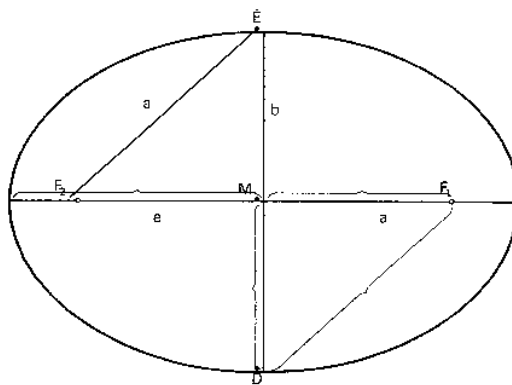
A forgási ellipszoid legfontosabb jellemzői

A forgási ellipszoidot az ellipszis metszetén egymásra merőlegesen álló és eltérő hosszúságú fél nagytengely (a) és fél kistengely (b) jellemzi, amelyek körül az ellipszis megforgatható. Ebből a két értékből képezhetők az ellipszoidot jellemző adatok:

Az $\alpha = \frac{a-b}{a}$ képlet adja a lapultság értékét,

az $\triangle MF_2$ háromszögből az $e^2 = a^2 - b^2$ összefüggés alapján pedig a lineáris excentricitás (e) értéke, azaz a középpont és a gyújtópont távolsága határozható meg (F_1 és F_2 az ellipszis fókuszpontjai). A numerikus excentricitás (ε) értéke a lineáris excentricitás (e) és a nagy fél-tengely (a) aránya:

$$\varepsilon = \frac{e}{a}$$



92. ábra. A forgási ellipszoid jellemzői

A numerikus excentricitást az ellipszis, illetve ellipszoid alakszámának is nevezik, mert például ha az értéke kicsiny, akkor ez azt jelenti, hogy kis e érték áll a számlálóban, azaz kör vagy gömb alakhoz közelít a forma.

A Föld alakját közelítő különböző, gyakorlatban használt forgási ellipszoidok legfontosabb adatait az alábbi táblázat szemlélteti:

	Bessel (1841)	Hayford (1910)	Kraszovszkij (1942-1950)	IUGG (1967)
1. Fél nagytengely (a)	6 377 397 m	6 378 388 m	6 378 245 m	6 378 160 m
2. Egyenlítői átmérő ($2a$)	12 754 794 m	12 756 776 m	12 756 490 m	12 756 320 m
3. Fél kistengely (b)	6 356 079 m	6 356 912 m	6 356 863 m	6 356 775 m
4. Sarki átmérő ($2b$)	12 712 158 m	12 713 824 m	12 713 726 m	12 713 550 m
5. Tengelyek különbsége ($2a-2b$)	42 636 m	42 952 m	42 764 m	42 770 m
6. Lapultság (α)	$\frac{1}{299,15} = 0,003342$	$\frac{1}{297,0} = 0,003367$	$\frac{1}{298,3} = 0,00352$	$\frac{1}{298,25} = 0,003353$
7. Lineáris excentricitás (e)	521 000 m	517 400 m	521 853 m	521 865 m
8. Numerikus excentricitás (ε)	0,081697	0,081992	0,081817	0,081820
9. Egyenlítői kerület	40 070 368 m	40 076 594 m	40 075 695 m	40 075 161 m

(A legújabb és az eddigi legpontosabb forgási ellipszoid az IUGG/1980. A mé-

retei: $a = 6\,378\,137$ m; $b = 6\,356\,752$ m;
 $\alpha = \frac{1}{298,257}$.)

A forgási ellipszoid felületén egy tetszőleges pont (P) helyzete földrajzi hosszúságával (φ) és földrajzi szélességével (λ) határozható meg.

A kis méretarányú térképek szerkesztésénél elegendő vonatkozási felületnek a gömböt tekinteni, mert a méretarány következtében fellépő torzítás mértéke nagyobb hibát jelent, mint a közel 1/300-ad lapultsági érték.

A földfelszíni geodéziai hálózati pontok meghatározása – térképészeti célokra is – fő lépéseit tekintve úgy történik, hogy e pontokat a függővonal mentén levetítik a geoidra. Itt – a hozzá legjobban simuló forgási ellipszoidnak, az ún. *alapfelületnek* a közbeiktatásával – egy *felületi koordináta-rendszerben* meghatározzák a földi pontok helyzetét, valamint a levetített pontok távolságát, eredeti helyüktől a függővonal mentén mérve. Tehát végeredményül minden pontra kapnak egyrészt szögértékeket: az ellipszoidi földrajzi szélességet és az ellipszoidi földrajzi hosszúságot, másrészt egy távolságértéket, a magasságot.

Azokat a méréseket, amelyeknek célja a levetített pontok helyének az alapfelületen való meghatározása, *vízszintes méréseknek* nevezük. Azokat a méréseket pedig, amelyeknek feladata a levetített pont és az eredeti pont távolságának megállapítása, *magasságmérésnek* nevezük.

A vízszintes mérések szempontjából tehető alapfelületi megközelítések:

A vízszintes mérés szempontjából az alapfelület

- síknak vehető, ha a felméréendő terület nagysága 50 km²-nél kisebb, illetve ha hosszabb, de keskeny sávok felmérését végezzük;
- gömbnek vehető, ha a felméréendő terület 500 km²-nél kisebb, ez esetben a függőleges egyenesek gömbsugaraknak tekintendők;
- forgási ellipszoidnak vehető tetszőleges nagyságú területek (országok, kontinensek, az egész földfelület) felmérésekor. A vízszintes mérések szempontjából a szintfelületnek forgási ellipszoiddal való megközelítése minden gyakorlati esetben megengedhető, ez esetben a függővonalak az ellipszoid érintősíkjára merőleges egyeneseknek tekintendők.

A tudományos kutatás sok kérdésénél azon-

ban tekintettel kell lenni többek között arra is, hogy a függővonalak térgörbék.

A magasságmérés szempontjából az *alapfelület* (szintfelület) mindig geoid. (Az alapfelületet síknak még az alsóbbrendű magasságmérésekben sem lehet venni, mert az alapfelületnek a siktól való eltérése már egy kilométer távolságban is mintegy 8 cm).

A vízszintes mérés

A vízszintes geodéziai méréseknél a felméréendő területen a jellegzetes pontok vízszintes vetületének egymáshoz viszonyított (relatív) helyzetét határozzák meg. A mérési eredményekből számítjuk ki a pontok egymáshoz való viszonyát jellemző mutatókat, a *szögeket* és *távolságokat*. E mérések alapműveletekből tevődnek össze.

A vízszintes mérések műveletei: a pontok jelölése, egyenes vonalak és derékszög kitűzése, távolságok meghatározása, illetve vízszintes szögmérés.

A pontok jelölése, egyenesek és derékszögek kitűzése

A vízszintes mérés szempontjából a pont és a függőleges egyenes azonos típusú fogalmak, mert a függőleges egyenes minden pontjának vízszintes síkon ugyanaz a vetületi pont felel meg. Azokat a pontjeleket, amelyek csak a mérés időtartamára jelölik a pontokat, *ideiglenes pontjeleknek* nevezik. A két leggyakrabban alkalmazott ideiglenes pontjel a *facövek* és a *jelzőrúd (kitűzőrúd)*. A 2-3 méter hosszú jelzőrúd szabad szemmel mintegy 500 m-ig látható, távcső használatával pedig másfél kilométerig használható. Növényzettel borított terepen, ahol a pontjelet magasabban kell elhelyezni, az *árbocot* vagy az *egyszerű gúlát*, és amennyiben a kilátási akadályok fölött műszert is el akarnak helyezni, az *állványos gúlát* használják. A pontok végleges jelölését *állandósításnak* nevezik. A végleges pontjelölés föld alatti és föld feletti részből áll, melyek egy függőlegesbe esnek. A föld alatti pontjelölésnek – ez általában téglá-

melybe előzőleg keresztjelet vésnek – az a rendeltetése, hogy a felszíni pont elpusztulása vagy elmozdulása esetén segítségével a pontot helyre lehessen állítani. A föld feletti alappontot (geodéziai pontot) hasáb alakú kő felső lapjába vésett kereszt közepe jelöli. A $20 \times 20 \times 70$ cm méretű kő elhelyezése után körülbelül 10–15 cm kiáll a földből. Kirándulásokon gyakran találkozhatunk az utak mentén ilyen állandósított pontjelekkel. A településekben a betonnal vagy aszfalttal burkolt úttesten, illetve a gyalogjárón a pontokat 4–6 cm átmérőjű csappal jelölik meg. A 8–10 cm hosszú csap elhelyezésekor a teteje a burkolat szintjével egy magasságba kerül. Ennél az állandósítási módnál nem alkalmaznak föld alatti jelet – a burkolat ebből a célból nem bontható fel –, hanem a pont közelében, a házak lábazatában 2–3 úgynevezett *őrscapot* helyeznek el. A pontnak az őrscaptól való távolságát megméri (centiméteres pontossággal), és ezen adatokból a pont bármikor visszaállítható.

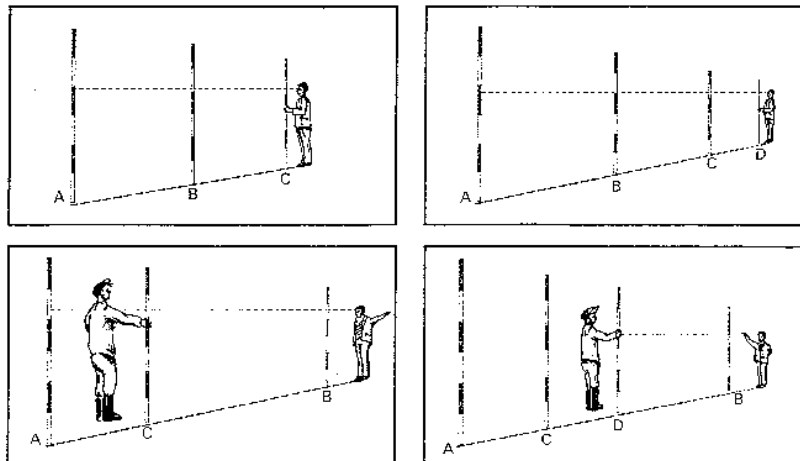
A vízszintes mérés szempontjából a függőleges sík és az egyenes is azonos típusú fogalmak. Két függőlegesen letűzött jelzórúd *függőleges sík*ot, azaz a vízszintes mérés szempontjából egyenest határoz meg. Az egyenes kitűzésének módja kétféle, aszerint, hogy a kitűzendő pontok a két jelzórúddal megjelölt szakaszon kívül vagy pedig azon belül fekszenek. Az első eset-

ben beállításról, a második esetben beintésről beszélnek.

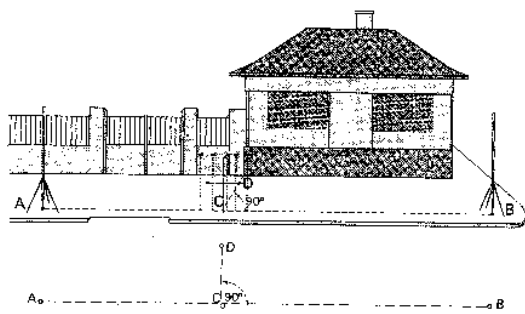
A *beállítást* magunk végezhetjük el úgy, hogy a kitűzendő jelzórúd magunk előtt tartva, addig mozgatjuk az egyenesre merőlegesen, amíg szélei az *A* és *B* rudakkal közös érintősíkba nem kerülnek. Ha az egyenes több pontját kell ily módon kitűzni, a beállítást mindig az egyenes végpontjához legközelebb esővel kezdjük.

A beintést két ember végzi. A kitűző az *A* vagy *B* jelzórúd mögé áll 4–5 m-re, a figuráns pedig a beintendő rudat a kitűzendő pont közelében könnyedén lógatva tartja. A kitűző az *A* és *B* jelzórudak szélső érintősíkján át nézve addig irányítja a rúd mozgását, míg a szélét fedésben nem látja az *A* és *B* rúd érintősíkjával. Ha az *A* és *B* jelzórudak közé az egyenesek több pontját kell kitűzni, akkor a kitűző a beintést mindig a tőle legtávolabbi ponttal kezdi.

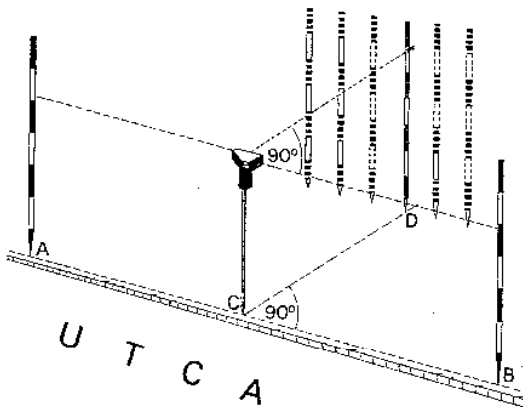
A vízszintes szög kitűzésére szögmérő műszert alkalmazunk. Ezzel 0° – 360° -ig terjedő szögek tűzhetőek ki. A gyakorlatban telekhatár-kijelölésnél, házhelykitűzésnél, városmérésnél nagyon sok esetben fordul elő állandó nagyságú, általában 90° -os szögek kitűzése. Erre a célra az egyszerűbb szerkezetű, olcsóbb műszereket, az úgynevezett *szögkitűzőket* használják. A szögkitűző műszerekkel kétféle feladat oldható meg: az egyik a *derékszögkitűzés*, a má-



93. ábra. Beállítás és beintés



94. ábra. Derékszögkitűzés



95. ábra. Talppontkeresés

sik a *talppontkeresés*. Ezt a két feladatot $\pm 2'$ (szögperc) középhibával tudják elvégezni.

A *derékszögkitűzés* feladata, hogy az *A* és *B* pontjával megadott egyenes *C* pontjába kitűzzék az *AB* egyenesre merőleges vonalat úgy, hogy ezen a merőlegesen legalább egy pontot (*D*) jelölnek.

A talppontkeresésnél az *A* és *B* pontokon átmenő egyenes és az egyenesen kívül fekvő *D* pont adott. Keresik a *C* pontot, amely a *D* ponttól az *AB* egyenesre húzott merőleges egyenesnek az *AB* egyenessel való metszéspontja. A *C* pontot a *D* pont talppontjának nevezik.

A szögkitűző műszerek két csoportja a *dioptrás* és a ma is használatos *tükröző* műszerek.

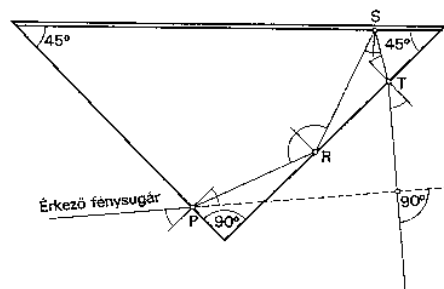
A dioptrás szögkitűző műszereket a gyakorlatban *szögdioptráknak* nevezik. Az egyszerű dioptra, melyet már az egyiptomi földmérők is ismertek, irányzásra szolgál. Talplemezre merőlegesen erősített két lemezből áll, amelyeken keskeny rés van. Ez a két rés egy függőleges síkot határoz meg, az *iránysíkot*, mellyel irányzások végezhetők. Ha két egyszerű dioptrát közös lemezre szerelve úgy egyesítenek, hogy iránysíkjaik egymással 90° -ot zárnak be, akkor a *szögdioptrát* nyerik.

A másik csoportba tartozó tükröző szögkitűző műszerek közül a *szögtükrök* használata a tükrözés törvényein, a *szögprizmáké* pedig a tükrözés és a fénytörés törvényszerűségein alapszik. Napjaink gyakorlatában a szögprizmák alkalmazása elterjedtebb.

A szögprizmák gondos csiszolással készített üveghasábok, melyekben a belépő fénysugár kettős törés és visszaverődés után úgy távozik, hogy a belépő és távozó sugrak egymásra merőlegesek. A *háromszögletű szögprizma* metszete olyan egyenlő szárú derékszög, amelynek átfogója foncsorozott. A háromszögletű szögprizmába érkező fénysugár a *P* pontban megtörik, és az optikailag sűrűbb közegben a be-esési merőleges felé halad tovább.

Az *R* ponthoz érve teljes visszaverődést szenved, majd az *S* pontnál tükröződik, és a *T* pontnál ismét megtörve kilép.

Tehát az érkező és a kettős törés, valamint a visszaverődés után távozó fénysugarak egymásra merőlegesek. Ezért ha a prizmat az *AB* egyenes *C* pontjában állítják fel, akkor a prizmában látják az *A* és *B* pont képét. A *derékszögkitűzés*nél a prizma felett elnézve beinte-



96. ábra. Prizma

nek egy jelzőrudat (D) úgy, hogy annak vonala fedésben legyen az A és B pontban levő rudak prizmatikai képével. Az így kijelölt CD szakasz merőleges az AB egyenesre. Ezt a műveletet végzik például az utcafrontra merőleges kerítés nyomvonalának kirtűzésekor. A *talppontkeresés*-nél az AB egyenesen addig mennek a szem-mérték szerint megállapított talpponttól előre vagy hátra, míg az A, illetve B pont prizmatikai képe egybe nem esik a D pontba felállított jel-zőrúd függőlegesével.

Távolságok mérése

Két pont terepi távolságán általánosságban a két pontot összekötő egyenesen mért hosszúságot értjük. Ezt a *valódi távolságot* a két pont *vízszintes távolsága és magasságkülönbsége* határozza meg. A vízszintes távolság: a két terepi pont alapfelületére vetített képét összekötő legközelebbi vonalnak a hossza.

A térképek mindig a vízszintes hossz-mértéket ábrázolják. Előfordulhat – ezzel majd a „Mérések a térképen” című fejezetben találkozunk –, hogy a valódi távolságra vagyunk kíváncsiak, például a hegyi utakon ténylegesen megteendő kilométerhosszakra, ilyenkor mindig külön meg kell említeni, hogy ferde távolságokról van szó.

A távolság közvetlen vagy közvetett módszerrel határozható meg.

Közvetlennek az olyan mérést mondják, amely a távolságot ismert hosszúságú hossz-mérő eszköznek a vonalon való ismételt végig-fektetésével adja meg. *Közvetett* mérésnél a két pont távolságát egy már ismert távolságból szög-mérés vagy optikai mérés útján kapják meg, vagy pedig valamilyen fizikai jelenségnek (például a fényhullámok vagy más *elektromágneses hullámok* terjedési sebességének) felhasználásával állapítják meg. A közvetlen távolság-meghatározásokat *hosszméréseknek*, a közvetet-tek pedig *táv-méréseknek* nevezik.

Valamennyi hossz-mérési eljárásnál a mérést a két ponton átmenő függőleges síkban kell elvégezni, hogy a vonal megtörését, a kigyózást elkerüljék. Ezért a hossz-mérést mindig az egyenes vonal kijelölésével kezdik.

A hossz-méréseknél alkalmazott mérőeszköz-

ök hosszának összehasonlítására szolgáló eszköz a *normálméter*. A normálméter fémből készül, ezért mindig meg kell adni, hogy milyen hőmérsékletre vonatkozik a nemzetközi méteregységben mért hossza. (A hőtágulási együtt-ható ismeretében a hosszúsága más hőmérsékleti értéknél is kiszámítható.)

A mai mértékrendszerünk megteremtésében a franciáknak különös érdemeik vannak. 1766-ban XV. Lajos a perui fokmérésnél használt mértéket, a „Toise du Perou”-t francia normál mértéknek nyilvánította. De ez nem volt hosszú életű, mert már 1790. május 8-án a francia nemzetgyűlés eldöntötte: új mérték-rendszert kell teremteni, mely hosszúságmé-resi egységének természeti mértéken kell alapulni.

A méterbizottság javaslatára a Föld negyed hosszúsági körének tizmilliomod részét választották egységnek, és „méter” elnevezéssel jelölték. (Ehhez a párizsi csillagvizsgálón áthaladó hosszúsági kört választották.) Ebből a célból végeztek Barcelona és Dunkerque között fokmérést, és ennek eredményéből a perui mé-ressel együtt határozták meg, hogy 1 méter = 443,296 párizsi vonal = 0,513074 toise (1 toise = 6 párizsi láb = 72 párizsi coll = 864 párizsi vonal). Ezt a „legális méterrel” jelölt egységet Franciaországban az 1799. december 10-i törvénnyel vezették be, és egy 25 mm széles és 4 mm magas platinarúdon rögzítették, amelynek hosszúsága 0 °C-on adta a métert. Ezt az alpmértéknek kiképzett rudat, amelyet „Metre des Archives”-nek, levéltári méternek neveztek, mert a Párizsi Levéltárban helyezték el, összehasonlító méréseknél alig alkalmazták.

1870. augusztus 8-án francia meghívásra 24 ország részvételével Párizsban ült össze a Nemzetközi Méterbizottság, de a francia-német háború következtében az ülés csak félbe-szakadt. A konferencia 1872 szeptemberében folytatódott, és 30 ország küldötteinek jelenlétében egy új méter-rúd kidolgozását határozták el. Egy 90% platina, 10% iridium ötvözetéből készült X keresztmetszetű rúdon meghatározott osztás jelöli az egy méter távolságot.

Az új mértékrendszer zárókövét a „méter-konferencia” tette le 1875-ben. A nemzetközi métermegállapodást 18 állam írta alá.

A megállapodás alapján készített 30 méter-

rúd másolat közül a levéltári példánnyal legjobban egyező 6-os számút nemzetközi etalonnak nyilvánították, amely 0 °C hőmérsékleten a metrikus hossz mérés egysége. Ezt az etalont a Párizs melletti Sèvres-ben a Nemzetközi Mérték- és Súlyiroda őrzi. A többi rudat a részt vevő államok között kisorsolták. Az Osztrák–Magyar Monarchia a 14-es és 15-ös számút kapta, amelynek egyike, a 14-es ma is Budapesten, a Magyar Szabványügyi Hivatalban van.

Néhány, térképeken előforduló, nem méterrendszerű mértékegység:

- 1 bécsi öl = 6 láb = 189,648 cm;
- 1 bécsi láb (Fuss) = 12 hüvelyk = 31,608 cm;
- 1 bécsi hüvelyk (Zoll) = 2,634 cm;
- 1 bécsi vonal (Linie) = 0,215 mm;
- 1 rőf (Elle) = 77,760 cm;
- 1 osztrák postamérföld = 4000 öl = 7585,936 m;
- 1 angol yard = 3 láb = 91,439 cm;
- 1 angol láb (foot) = 30,479 cm;
- 1 angol hüvelyk (inch) = 2,539 cm;
- 1 angol hivatalos mérföld (statute mile) = 1609,343 m.
- 1 angol mérföld (London mile) = 1523,997 m;
- 1 földrajzi mérföld = 7420,439 m (1 egyenlítői fok 1/15-része, azaz 4 egyenlítői perc);
- 1 tengeri mérföld vagy tengeri csomó = 1855,110 m (1 egyenlítői perc, azaz a földrajzi mérföld 3/4-része).

1960-ban a méter definíciója még egyszer megváltozott. Ezúttal a korábbinál megbízhatóbban reprodukálható méretet vezettek be hossz mérési egységül. Erre azért volt szükség, mert a tapasztalatok során bebizonyosodott, hogy a fémből készült méterrud etalonok hosszúságukat előre figyelembe nem vehető módon megváltoztatják, ezért nem alkalmasak a nemzetközi méteregység megőrzésére.

A méter meghatározása: 1 m a 86-os tömegszámú kriptonatom $2p_{10}$ és $5d_5$ energiaszintjei közötti átmenetnek megfelelő sugárzás vákuumban való hullámhosszának $1\,650\,763,73$ -szorososa. Ez a fényhullámhossz szétrombolhatatlan, s mindenhol, minden időben a legnagyobb pontossággal előállítható.

A méter (m) decimálisan sokszorozódik, illetve osztódik. Általában a többszörözött értékek közül a 100 méter (m) = 1 hektométer (hm)

és az 1000 m = 1 kilométer (km) használatos, illetve részei közül 0,1 m = 1 deciméter (dm), 0,01 m = 1 centiméter (cm), 0,001 m = 1 milliméter (mm) és a finomabb mérésekhez a 0,001 mm = 1 mikron (μ).

A hossz mértékek négyzetei a terület mérés egységei: km^2 , ha, m^2 , dm^2 , cm^2 , mm^2 . Egy ár (a) = 100 m^2 , 1 hektár (ha) = 10 000 m^2 .

A távolságmérésre fényhullámokat vagy más elektromágneses hullámokat is használhatunk. Ilyenkor a távolság egyik végpontján elhelyezett adóberendezés hullámokat bocsát ki, és ezeket a hullámokat a távolság másik végpontján elhelyezett berendezés visszaveri az adó felé.

Ha megmérjük azt a t időtartamot, mely alatt a kibocsátott hullámok az utat oda-vissza megteszik, és ismerjük a kibocsátott hullámok c terjedési sebességét a levegőben, akkor a két állomás közötti d távolság a $d = \frac{1}{2} c \cdot t$ képlet alapján kiszámítható. A c terjedési sebesség a $c = \frac{c_0}{n}$ formulából meghatározható, amelyben $c_0 = 299\,792,5$ km/sec az elektromágneses hullámok terjedési sebessége vákuumban, és n a levegő törésmutatója vákuumhoz képest. Ez utóbbi közepes szélességeken, 1,00029 és 1,00034 között ingadozik. (A tényleges n értékének meghatározásához a hőmérsékletet, a légnyomást és a levegő páratartalmát ismerni kell.)

Ahhoz, hogy a távolságot a geodéziában szükséges pontossággal kapjuk, a c nagy értéke miatt az időt (t) olyan pontossággal kellene mérni, ami gyakorlatilag nem keresztülvíhető. Ezért a fizikai távmérőkkel nem közvetlenül az időt mérik, hanem a kibocsátott és visszaérkező hullám fáziseltolódásából következtetnek a megtett út idejére.

A fényhullámmal működő készülékek két csoportra oszthatók: a fényinterferenciás készülékekre, melyekkel rövid távolságok mérhetők, és a modulált fényhullámokat használó, úgynevezett elektrooptikai távmérőkre, amelyekkel nagyobb, esetleg 30–40 km-es távolságok is mérhetők. Ilyen műszer például a geodiméter, melynek pontossága kb. $\pm (0,015 m + 2 \cdot 10^{-6} d)$, ahol d a kilométerben mért távolság.

Az elektromágneses hullámokkal működő

táv mérők szintén két csoportra oszlanak: a *radar* rendszerből kifejlesztett, az impulzusok futási idejének megmérésén alapuló készülékek és a modulált elektromágneses hullámokkal dolgozó rádiótáv mérők. Ez utóbbiak a *tellurométerek*, melyekkel 0,5–60 km közötti távolságok határozhatók meg. Az átlagos mérési pontosságot a $\pm (0,05 m + 3 \cdot 10^{-6} d)$ képlet adja, a d itt is a kilométerben mért távolság.

A különböző cégek egyre korszerűbb műszereket hoznak létre. Újabban infravörös és lézerek sugarakat használnak a jelek továbbítására. Vannak műszerek, amelyekkel hosszakat és szögeket is lehet mérni, és azok kiolvashatók, vagy automatikus feldolgozásra gépi adathordozón rögzíthetők.

Vízszintes szögmérés

A vízszintes szögmérés a geodéziai pontmeghatározás egyik legfontosabb művelete. A szög megmérése annyit jelent, mint a szög csúcspontján felállított szögmérő műszeren leolvasásokkal meghatározni azt a két irányt, amelyek különbsége a szögértéket adja. Mivel a szögmérés végrehajtásakor térbeli irányokat mérnek, ebből következik, hogy a vízszintes szögmérés az egy pontból kiágazó térbeli irányok vízszintes vetületeire vonatkozik.

A geodéziában a szögek mértékegysége rendszerint a fok ($^{\circ}$) (régik fok) a derékszög kilencvenedrésze, és az új fok – vagy gon (g) – a derékszög századrésze.

A fokosztást mindig 60-nal, az új fokot pedig decimálisan osztják tovább úgy, hogy $1'$ (perc) = $1^{\circ}/60$ és $1''$ (másodperc) = $1'/60$ = $1^{\circ}/3600$, illetve $1^{\circ} = 1^g/100$ és $1^{\circ} = 1^g/1000$ (újperc, illetve újmásodperc).

A geodéziában az új fokosztás egyre nagyobb szerephez jut; a csillagászat (asztronómia) és a földrajz viszont megtartotta a hagyományos fokbeosztást.

A szögmérés (a vízszintes, illetve a vízszintes és magassági szögek mérésének) általános műszere a *teodolit*. A teodolit két fő része: a műszertalp, amely a teodolit műszerállványra helyezése után mozdulatlan, és az *alhidádé*, a műszertalp álló tengelye körül forgatható műszerész.

A műszertalp három talpcsavaron nyugszik, ezek segítségével (a csavarok jobbra-balra csavarásával) az egész műszer dönthető, tehát velük a műszer álló tengelye függőlegessé tehető. A műszertalp felső részén nagyobb átmérőjű kórong van, peremén *szögbeosztással*. Ezt a beosztást nevezik *limbusznak*, ezen olvassák le a vízszintes szögeket.

Az alhidádén található a teodolit irányzókészüléke, a *geodéziai távcső*, mely a fekvő tengely körül forgatva tetszőleges térbeli irányba állítható be. Amennyiben a teodolit magassági állítók mérésére is alkalmas, akkor ezek mérésére szolgáló fokbeosztásos *magassági körét* a távcső tengelyére erősítik.

A szögméréshez két műveletet végeznek. Az egyik a teodolitnak a mérendő ponton való elhelyezése és a műszer mérőállapotba való hozása. Ezt nevezik a *műszer felállításának*. A másik pedig a mérendő irányok beirányozása, és a limbuszon, illetve a magassági körön való szögleolvasások, ez a tulajdonképpeni *mérés*.

Valamennyi művelet egy-egy meghatározott műszerelem segítségével végezhető el. A teodolit műszerelemei a következők: a *libella*, a *vetítő*, a *távcső* és a *leolvasó berendezések*.

A *libella* egyencsek (a műszertengelyek) függőlegessé, illetve vízszintessé tételére szolgáló olyan zárt üvegedény, melynek felső részét belülről finoman ívesre (csöves libella) vagy gömbsüveg alakúra (szelencés libella) csiszolták. Az edénybe folyadékot (étert vagy alkoholt) öntenek úgy, hogy a folyadék ne töltse ki teljesen az edényt, hanem felül egy kis üres rész, *buborék* maradjon. Működésének alapelve az, hogy a libellában lévő folyadék felszíne vízszintes elhelyezkedésű, így a buborék alja, valamint – megfelelő csiszolás esetén – a buborék középpontjának érintője is vízszintes. A *vetítők* a függőleges kijelölésére szolgáló műszerelemek. Rendeltetésük a műszer pontos elhelyezése a mérendő pont felett. A legrégebbi a *függőnek* nevezett zsinóros vetítő, a végén csúcsos nehezékekkel. Vetítéskor a zsinór hosszát úgy szabályozzák, hogy a nehezék csúcsa néhány milliméterrel legyen a pontjel felett, és így állítják be a műszert a pont fölé. A modern műszerek *optikai vetítővel* felszereltek. Az optikai vetítő a műszertalpra beépített vízszintes irányvonalú kis távcsőből és egy prizmából áll,

amely az irányvonalat 90° -kal megváltoztatja. A megtört irányvonalszakasz a vetítéskor függőleges, és az állótengely meghosszabbításába esik. A távcsőben így megjelenik a pont képe, a pontraállítás elvégezhető. A távcső legegyszerűbb alakja két gyűjtőlencséből áll. Az egyik a *képkalkító* vagy *tárgylencse (objektív)*, a másik a *képnagyító* vagy *szemlencse (okuláris)*. Az egyszerű távcsővel csak szemlélni lehet a tereptárgyakat, míg a geodéziai műszercken alkalmazott távcsöveket irányzásra használják. Az irányzásra alkalmassá tett távcsövet *geodéziai távcsőnek* nevezik. A geodéziai műszereken a távcső két egymásra merőleges tengely (álló- és fekvőtengely) körül forgatható. Ennek megfelelően két *irányszálat* helyeznek el a távcsőben. Az állótengellyel párhuzamosat *függőleges (vertikális) szálnak*, a fekvőtengellyel párhuzamosat *vízszintes (horizontális) szálnak* nevezzük. Ha egy pontot úgy irányoznak meg, hogy képe rajta van a függőleges szálon, akkor az vízszintes értelemben, ha pedig a szátkereszt metszéspontjában van, akkor mind vízszintes, mind magassági értelemben megirányzott. Az irányszálak üvegre karcolt vagy mikrofotográfiai úton üvegre fényképezett vonalak.

A *leolvasó berendezések* a limbusz és a magassági kör fokbeosztásának nem kerek fok értékű, tizedfok vagy percértékű ún. *csonkaleolvasását* könnyítik meg és teszik pontosabbá. Mind a limbusz, mind a magassági körön az átmérő ellentétes végein két-két leolvasó berendezés van. A két-két leolvasás átlaga adja azután a mért szögértéket.

A vízszintes alapponthálózat

A vízszintes mérés feladata – mint már említettük –, hogy a földi pontok vízszintes vetületének egymáshoz viszonyított helyzetét meghatározza, például a tervezett létesítmények (utak, gyárak, hidak) helyét a terepen kijelölje. A földi pontok a terepen kijelölt idomok jellemző pontjai, melyeket *részletpontoknak* neveznek.

Ha a meghatározandó pontcsoport kis területen van, akkor a mérés olyan eljárásokkal elvégezhető, amelyek közvetlenül a felmérendő pontokra vonatkoznak. Ha azonban nagyobb

területet mérnek fel, például egy országot, akkor először gondosan meghatározott pontokból egy összefüggő, az egész területet behálózó keretet létesítenek. A pontoknak ezt a rendszerét *alapponthálózatnak* nevezik.

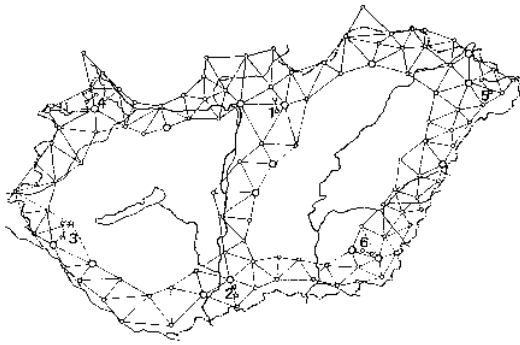
Az alappont-meghatározás legfontosabb módszere a *háromszögelés*. A háromszögelési hálózatot a „nagyból a kicsi felé haladás” elve szerint építik fel. Az egész ország területét felölölő hálózat létesítésénél először a 35–50 km oldalhosszúságú *elsőrendű háromszögelési hálózatot* készítik el. Ezután a háromszögek súlypontjainak közelében felvett pontokkal egy 15–20 km oldalhosszúságú *másodrendű hálózatot* létesítenek. Ezt követi a 7–10 km oldalhosszú *harmadrendű hálózat*. Az első-, másod- és harmadrendű hálózatot együttesen *felsőrendű hálózatnak* nevezik. A felsőrendű háromszögelési hálózaton belül foglalnak helyet az alsórendű hálózat negyed- és ötödrendűnek nevezett pontjai, mintegy két, illetve egy kilométer átlagos oldalhosszakkal.

A háromszögelési hálózat állandósított jeleit földbe lehelyezett és magaspontok képezik. A földbe lehelyezett pontok a háromszögelési kövek, a magaspontok templomtornyok, kilátótornyok, vagy e célra épített gúlák.

Az országos felsőrendű háromszögelési hálózatban, különösen nagyobb országokban, újabban *keretháromszögelést* végeznek. Az ország területét lefedő kereteket elsőrendű háromszögláncolatokból alakították ki. Egy-egy ilyen keret mintegy 200–200 km hosszúságú. A kereten belül a kitöltőhálózat foglal helyet. Az új magyar felsőrendű háromszögelési hálózatnak is keretháromszögelés az alapja, hazánkat két keret (láncolatkoszorú) borítja.

A felsőbbrendű hálózatban elegendő elvben egyetlen oldal hosszát meghatározni, a többi a háromszögek belső szögeinek mérésével meghatározható. Gyakorlati szempontból azonban a szögmérési hibák továbbadják a hosszhibákat, és a hibaterjedés törvénye értelmében az oldalak hosszhibái állandóan növekednek. Ezért nem elégednek meg egyetlen oldal hosszának megmérésével, hanem – a hibák terjedését figyelembe véve – mintegy 200 km-enként (azaz a keretháromszögelés csatlakozóhelyeinél) még egy-egy oldalhosszat megmérnek.

Az oldalhossz meghatározását *alapponalmé-*



97. ábra. Vízszintes alapponthálózat (a számok az alapvonalakat jelölik)

rés útján végzik, fizikai távméréssel, régebben invádrót alkalmazásával. Az invár – az invariabel (nem változó) rövidítése – 36% nikkeltől és 64% vasból álló ötvözet, amelynek hőtágulási együtthatója olyan alacsony, hogy a hőmérsékleti ingadozás befolyása elhanyagolható. A svéd *Jäderintöl* származó eljárásnál az alapvonalméréshez 24 m hosszú, kb. 1,5 mm vastag invádrótot alkalmaztak.

Az *alpvonal* nem azonos magával a háromszögelés oldalhosszával, hanem annál rövidebb. Ebből az alapvonalból különleges háromszögelési alakzat segítségével vezetik le a háromszög-oldal hosszát. Ezt a műveletet *alpvonal-fejlesztésnek*, azt a háromszög-oldalt, melynek hosszát így meghatározták, *fejlesztett oldalnak* nevezik. Az alapvonal hossza a fejlesztett oldalnak legalább egyötöde. Az alapvonal fejlesztésére a rácsos és a rombuszos alakzat ismert. Gazdaságossági okokból, a kevesebb mérési munka miatt, a *rombuszhálózat* alkalmazása került előtérbe.

A magyar új felsőrendű hálózatban, mely 1949-től 1952-ig készült, hat alapvonalat mértek.

A HAZAI ALAPVONALAK ADATAI

Az alapvonal		A fejlesztett oldal hossza (km)
Neve	hossza (km)	
1. Hatvani	8,0	20,1
2. Bajai	8,5	29,6
3. Nagykánizsai	8,0	24,8
4. Magyaróvári	9,9	21,8
5. Mátészalkai	10,4	29,5
6. Orosházai	10,2	28,2

A háromszögelési pontok koordinátáinak a számításánál – az oldalak hosszának meghatározásával azonos módon – abból indulnak ki, hogy egyetlen háromszögben elhelyezkedő három pont közül kettőnek a koordinátáit ismerve, a harmadik pont a belső szögek ismeretében kiszámítható.

A hálózat további pontjainak számítása az egymáshoz csatlakozó szögekkel ugyanezzel a módszerrel elvégezhető, és így fokozatosan valamennyi pont koordinátái kiszámíthatók.

Ezek alapján az ellipszoid alapfelületen minden háromszögoldal iránya számítható, és a hálózati pontok felületi koordinátái meghatározhatók.

A méréseket a Föld felszínén végzik, és a vízszintes mérésből a pontok alapfelületi helyzetét meghatározó adatokat kívánják kapni. Azt, hogy az alapfelület milyen terjedelmű vízszintes mérésekben tekinthető síknak, gömbnek vagy ellipszoidnak, már tárgyaltuk.

A vízszintes alapponthálózat létrehozását követő alappontsűrítések és részletpontfelvételek már nem igénylik a nehezen kezelhető ellipszoidi koordináták használatát, ezért a háromszögelési pont értékeit átszámítják derékszögű sík koordinátákká, azaz az ellipszoidról a síkra vetítik.

Az ellipszoidról a síkra (vagy a síkra fejthető felületre) vetítés vagy közvetlenül történik, vagy közvetve úgy, hogy először gömbre vetítenek, azután a gömbről a síkra. Ez utóbbit nevezik *kettős vetítésnek*.

Kis kiterjedésű országban az ellipszoid felülete csak kevéssé tér el a gömb felületétől, ezért a geodéziai mérések jelentékeny részében az ellipszoid felület gömbfelülettel helyettesíthető.

A kettős vetítés nagy előnye, hogy a geodéziai és topográfiai mérések nagy részének gömbfelületre vonatkozó eredményei közvetlenül bekapcsolhatók a geodéziai alpmérések ellipszoidról a gömbre vetített rendszerébe. A kettős vetítés elvét Magyarország alkalmazta először, 1857-ben. De ezek a műveletek már átvezetnek a vetülettani ismeretekhez, ezért részletezésükre ott térünk vissza.

A magasságmérés

Ahhoz, hogy a fizikai földfelületet, a terep formagazdagságát meg tudjuk ragadni és térképen ábrázolhassuk, a pontok vízszintes helyzetére vonatkozó mérések mellett a magasságukat is meg kell határozni.

Valamely tereppont magasságán a pontnak a nyugvónak feltételezett tenger szintjétől (a geoidtól) függőlegesen mért távolságát értjük, ezért beszélünk *tengerszint feletti magasságról*. Minden államban egy szintfelületet választottak kiindulási felületnek, amely valamely szomszédos tenger nyugalomban lévő víztükrével esik egybe.

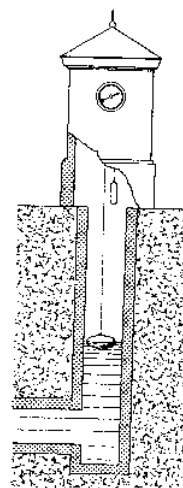
Az Osztrák–Magyar Monarchia Triesztben, a Molo Sartorióon elhelyezett mareográf (tengérvízjárást mérő műszer) házacsáján, a mért középértéknél 3,352 m-el magasabban fekvő magassági jelre vonatkoztatva rögzítette 1875-ben a magassági hálózatát. A hazánkban a kiinduló magassági főalappont, a Velencei hegységben, Nadap község határában fekvő, ún. ősjel értékét 173,838 m adriai tengerszint feletti magasságban határozták meg. Ezenkívül a monarchia területére még hat más magassági főalappontot vezettek le.

1953-tól a Varsói Szerződés államai egységesen a balti-tengeri Finn-öbölben, a Leníngrád előtt fekvő kronstadti vízmérce értékeire vonatkoztatják magassági hálózatukat. Hazánkban bármely pont ún. *balti magassága* a trieszti értékénél 0,675 m-el kevesebb. (Egy pontnak az Adriai-tenger szintjére vonatkoztatott magasságát úgy kapjuk meg, hogy a balti magasságához a fenti értéket hozzáadjuk.)

Jelenleg hazánkban hét főalappont van, ezekre támaszkodik az a *magassági hálózat*, melynek pontjai valamennyi községben és városban megtalálhatók.

A hálózat 250–300 km hosszú, egymáshoz csatlakozó *elsőrendű zárt sokszögek*ből áll. (Az elsőrendű sokszögek csatlakozási pontjai elsőrendű *csomópontok*.) Az elsőrendű sokszögeket azután másod- és harmadrendű sokszögekkel tovább sűrítik, és így kialakul a magassági alapponthálózat.

A magassági alappontok jelölése pontosságuknak és jelentőségüknek megfelelő. Az elsőrendű hálózatok pontjait föld alatti gránitpillé-



98. ábra. A tengerszint változását jegyző készülék (mareográf)

rekkel, az alacsonyabb rendűeket templomok és jól alapozott épületek homlokzatain fémből készült *falicsapokkal*, az úttesten, gyalogjárón vagy lapos műtárgyakon *szintezési gombokkal*, vagy ahol nincsen falicsap vagy gomb elhelyezésére alkalmas építmény, ott *szintezési kövekkel* jelölik. (Ezeknek a szintezési alappontoknak vízszintes mérésekkel meghatározott koordinátájuk általában nincsen, ezért megtalálásukhoz gondos helyszínrajzi leírást készítenek.)

A magasságmérési eljárások általában a magasságkülönbségeket (relatív magasság) mérik,



99. ábra. Magassági hálózat

azonban ha a mérésbe olyan pontot is bevonnak, amelynek *abszolút magassága* (tengerszint feletti magassága) már ismert, akkor abszolút magasságok levezetésére is alkalmasak.

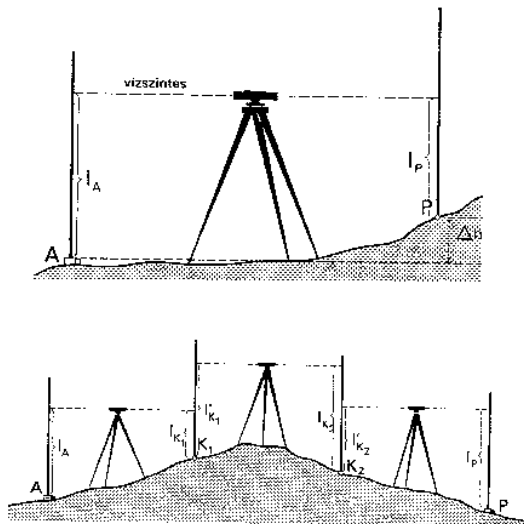
A magasságmérés módszerei: a geometriai módszer: a *szintezés*; a trigonometriai módszer: a *trigonometriai magasságmérés* és a fizikai módszer: a *barométeres magasságmérés*.

A szintezés

Két pont magasságkülönbségének meghatározására a legegyszerűbb eljárás, ha előállítunk egy szintfelületet, és megmérjük a két pontnak a szintfelülettől számított magasságát, azaz a pontokon át a szintfelületet érintő síkra állított merőlegeseken mért távolságokat, és kiszámítjuk azok különbségét.

A gyakorlatban a szintezésre azonban nem szintfelületet, hanem a szintfelület vízszintes érintősíkját használják, és a két pontnak ettől a síktól mért magasságát határozzák meg.

A szintezés végrehajtására használt műszer lényeges részei az egyszerű szákeresztrel ellátott geodéziai távcső és rajta az ún. szintezőlibella. A műszeren a szintezőlibella tengelye párhuzamos a távcső irányvonalával, tehát a



100. ábra. A szintezés

120

középen álló buborék esetén a távcső irányvonal a vízszintes. A távcső és a szintezőlibella együttesen forgatható a fkvőtengely körül, a szintezőcsavar segítségével.

A szintezőműszerhez általában fából készült 3–4 m hosszú, elfülső oldalán végig centiméterekre beosztott léceket használnak, melyet az irányzott ponton függőlegesen felállítanak.

Ha két egymáshoz közel lévő A és P pont Δh magasságkülönbségét kívánják meghatározni, akkor a műszert a két pont közé állítják, és a pontokra helyezett szintezőléceket megirányozzák. A szintezőlibella buborékját középre állítják, és a vízszintes irányvonalal végzett léceleolvasásokból (l_P és l_A) a keresett magasságkülönbség kiszámítható:

$$\Delta h = l_A - l_P.$$

A szintezőműszerrel azonban egy lépésben – a terep lejtésviszonyai és a lécc hossza miatt – csak korlátolt távolságra fekvő pontok magasságkülönbsége mérhető. A léctávolság sík terepen sem korlátlan, mert a leolvasási pontosság a léctávolság növekedésével romlik. Ezért a méréseknél alkalmazható léctávolság 50–100 m. Ennél nagyobb távolságban lévő pontokra vonatkozólag a magasságmérést több lépésben, több *műszerállásban* végzik el, azaz a P kiindulóponttól közbenső pontokat jelölnek ki. Ezeket a közbenső pontokat, melyekre a léceket helyezik mérés közben, *kötőpontoknak* nevezik. Először a műszert az A végpont és a K_1 kötőpont között állítják fel, majd a léceleolvasásokat elvégezve, kiszámítják az A és K_1 pontok magasságkülönbségét. Ugyanezt végzik a K_1 és K_2 kötőpontokra és sorban valamennyi egymás után következő kötőpontpárra, végül az utolsó kötőpont (az ábrán K_2) és a P végpont közötti magasságkülönbségeket határozzák meg.

A két végpont magasságkülönbségét az egyes műszerállásokban kapott előjeles magasságkülönbségek algebrai összegezése adja:

$$\Delta h = (l_A - l_{K_1}) + (l_{K_1} - l_{K_2}) + (l_{K_2} - l_P).$$

Mint látható, a zárójelben lévő első tagok a haladás irányával ellentett irányban tett leolvasásokat, az ún. *hátraleolvasásokat*, a második tagok pedig a haladás irányában tett leolvasások

kat, az *előreleolvasásokat* jelentik. A Δh kifejezés a következő alakban is felírható:

$$\Delta h = (I_A + P_{K_1} + P_{K_2}) - (I_{K_1} + I_{K_2} + I_P),$$

ami azt jelenti, hogy a menetirányban elől lévő P pont magasságkülönbségét a hátul lévő A ponthoz viszonyítva előjelhelyesen megkapjuk, ha a hátraleolvasások összegéből levonjuk az előreleolvasások összegét.

A szintezés műszereit – attól függően, hogy az irányvonalat *szintezőlibella* segítségével tesszük vízszintessé, vagy egy ún. *kompenzátor* (ingás szerkezet) automatikusan végzi el ezt a műveletet – két csoportba osztják.

E két csoportba tartozó műszerek teljesítményadataik és pontosságuk szerint különbözőek.

Az *építész szintezőműszert* egyszerűbb műszaki feladatok megoldására használják. A mérnöki tervezések alapján készült alárendelt jelentőségű és pontosságot igénylő munkákban, például parképítésben, kerttervezésben a felületek kijelölésénél, ellenőrzésénél és más rövid csatlakozó szintezéseknél alkalmazzák. Az építész szintezők a libellás típusoznak. Pontossági határuk: ± 1 cm/km.

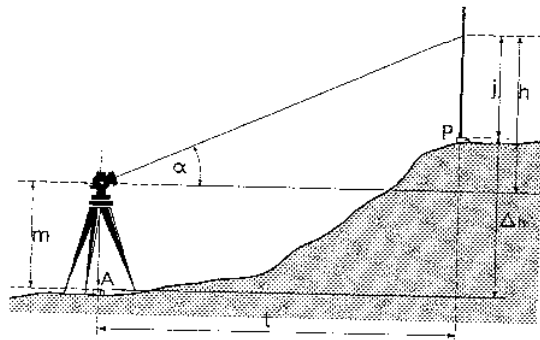
A *mérnöki szintezőműszereket* az előbbieknél igényesebb mérnöki munkáknál, térképezésnél és alappontok mérésénél használják. Szerkezetük kompenzátoros, pontosságuk $\pm 3-5$ mm/km.

A *szabatos szintezőműszert* a nagy pontosságú alappontméréseknél alkalmazzák. Míg az előző műszereknél a szátkereszt vízszintes száljával a lécleolvasás centiméteres pontosságú, és a millimétert csak becsülni lehet, addig ezeknél az objektív előtt található síkpárhuzamos (planparalel) lemez segítségével az irányvonal önmagával párhuzamosan a szintezőléc legkisebb osztásának (1 cm vagy 0,5 cm) mértékével eltolható, és az eltolás értéke mérődobon 0,01 mm pontossággal leolvasható.

Ezzel az eljárással, illetve műszerrel a pontosság ± 1 mm/km. A szabatos szintezéshez általában fémből készült, invárszalaggal ellátott, részletes osztású, speciális léceket használnak.

A trigonometriai magasságmérés

Mint a fejezet elején láttuk, a magasságkülönbség tulajdonképpen nem más, mint a függőleges mentén vett hosszúság. Ez a hosszúság ezért meghatározható a függőleges síkban fekvő szögek mérésével. Ezen az elven alapszik a *trigonometriai magasságmérés*, amely két, egymástól ismert távolságban lévő pont magasságkülönbségét a *magassági szög* megmérése útján határozza meg. Egy tetszőleges irány *magassági szögén* azt a szöget értik, amelyet a szóban forgó irány a vízszintes sikkal bezár. A magassági szögnek mindig előjelet adnak. Pozitív magassági szögről akkor beszélnek, amikor az álláspont és az irányzott pont közötti irányvonal a vízszinteshez képest emelkedik; negatívról pedig akkor, amikor az irányvonal süllyed. (A magassági szöget a vízszintes felett 0° -tól $+90^\circ$ -ig, a vízszintes alatt 0° -tól -90° -ig számítják.) A mérések olyan teodolittal végezhetők, amelyen magassági kör is van.



101. ábra. Trigonometriai magasságmérés rövid szakaszon

Vegyük a 101. ábrán látható példát. A feladat A és P pontok Δh magasságkülönbségének megmérése. A teodolítot felállítják a P ponton, és megméri α magassági szöget, valamint a t vízszintes távolságot. A t távolság optikai úton mérhető (a háromszögelési pontoknál koordinátákból is számítható). A két adatból h értéke a $h = t \cdot \operatorname{tg} \alpha$ összefüggés alapján kiszámítható. Ezt az adatot az A pontban mért m műszer-magasság értékével és az irányzott pont P pont fe-

letti magasságát jelölő j jelmagassággal kiegészítve, a $\Delta h = h + m - j$ magasságkülönbséget kapják. Ha az A pont tengerszint feletti magassága (H_A) ismert, akkor a P pont tengerszint feletti magassága (H_P)

$$H_P = H_A + t \cdot \operatorname{tg} \alpha + m - j.$$

Ez a formula azonban csak kis távolságok, 250-300 m esetében kielégítő pontosságú, ugyanis nagyobb távolságoknál a szintfelület hajlását, a földgömbületét és a légrétegek fény-sugártörő hatását, a refrakciót is figyelembe kell venni.

A földgömbületét egy c_1 korrekciós taggal vehetjük figyelembe, amely igen jó közelítéssel a következő képlettel számítható:

$$c_1 \approx \frac{t^2}{2 \cdot r}$$

ahol r a Föld sugara.

A refrakció (sugártörés) jelenségét az okozza, hogy a levegő nem homogén, hanem sűrűsége és ezáltal törésmutatója változik. Vegyük azt az esetet, amikor az A és P pont között a fény-sugár útja nem a két pontot összekötő egyenes, hanem felette haladó görbe vonal. Távcsővel való irányzaskor ennek az a következménye, hogy a P pontot a görbe A pontbeli érintője mentén nagyobb magassági szög alatt – vagyis magasabban – látják, mint ahol az a valóságban van. A refrakciós görbék alakja közelítőleg, mivel a levegő hőmérséklete, páratartalma, légnyomása a görbék egymástól való eltérését csak lényegtelenül befolyásolja, egy lapos körívnek tekinthető, amelynek sugara (R) csaknem nyolcszorosa a Föld sugarának. Ez a viszony ($R \approx 8r$) a számításokhoz használt refrakciós együtthatónak nevezett arányossági tényező (k) értékéből adódik, melyet Gauss tapasztalati úton 0,13-nak határozott meg ($k = \frac{r}{R} \approx 0,13$).

A refrakció hatását a földgömbület számításához hasonló közelítést téve, a

$$c_2 \approx \frac{t^2}{2r} \cdot k$$

képlet írja le.

122

Az A és P pontok közötti magasságkülönbség tehát a földgömbületet és a refrakciót is figyelembe véve:

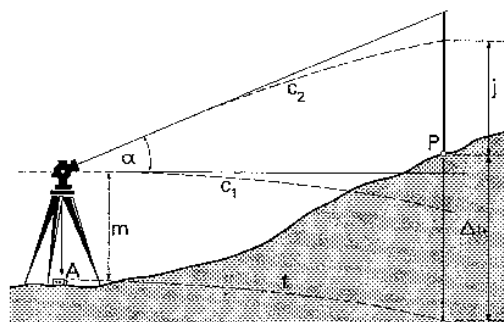
$$\begin{aligned} \Delta h &= t \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{t^2}{2r} - k \cdot \frac{t^2}{2r} = \\ &= t \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{t^2}{2r} (1 - k) \end{aligned}$$

Az m műszermagasság és a j jelmagasság értékeit bevezetve, az ismert tszf. magasságú A pontból a P pont tengerszint feletti magassága:

$$H_P = H_A + t \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{t^2}{2r} (1 - k) + m - j$$

A következő táblázat 6370 km sugarú Földre vonatkozóan a földgömbület, valamint a földgömbület és a refrakció együttes hatásának értékeit (C_1 , illetve $C_1 - C_2$ mennyiségek) mutatja a távolság (t) függvényében. A táblázat alsó sorában a mért Δh magasságkülönbség-értékek normális megfigyelési viszonyok melletti kö-zéphiba ($\delta \Delta h$) értékei találhatók.

t (km)	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	10,0
c_1 (m)	0,02	0,08	0,31	0,71	1,26	1,96	7,85
$(c_1 - c_2)$ (m)	0,02	0,07	0,27	0,61	1,09	1,71	6,83
$\delta \Delta h$ (cm)	-	-	$\pm 4,8$	$\pm 7,0$	$\pm 10,1$	$\pm 13,6$	$\pm 44,8$



102. ábra. Trigonometriai magasságmérés hosszabb szakaszon. (Az ábra a viszonyokat erősen torzítja, mert a központi szög a valóságban igen kicsi)

A barométeres magasságmérés

A levegő nyomása a növekvő magassággal csökken, azaz nagyobb magasságban lévő területre kisebb légoszlop nehezedik. Tehát a légnyomás értékéből következtetni lehet a magasságra. Ez a nyomáscsökkenés azonban nem egyenletes, hanem a hőmérséklet, a levegő páratartalma, az áramlási helyzet, tehát röviden: a légköri viszonyok és kisebb mértékben a megfigyelőhely földrajzi szélességének is függvénye. Az elmondottakból következik, hogy a légnyomás mérésével az észlelőhely tengerszint feletti magassága közvetlenül nem állapítható meg, mert egymástól nagyobb távolságra eső pontokon ugyanazon időpontban is különbözők a légköri viszonyok, s így a légnyomás értékei. A légnyomás értékeiből csak aránylag közel fekvő pontok (5–10 km) *magasságkülönbségei* határozhatók meg, ha azonosnak vehető légköri viszonyok mellett, egyidejűleg mérik a légnyomást és a levegő közepes hőmérsékletét.

A terepi gyakorlatban a Δh magasságkülönbség számítására a *Laplace-féle képletet* használják:

$$\Delta h = k(1 + a \cdot t) \cdot (\lg B_1 - \lg B_2),$$

ahol k a *barométeres állandó*, a a *levegő tágulási együtthatója*, t a levegő mérés alatti átlagos hőmérséklete, B_1 és B_2 pedig az egyidejű légnyomás a két állomáson. A k értéke Magyarországon 18 469, az a értéke $\frac{1}{273} = 0,003663$.

Tehát hazánkban az alábbi képlet használható:

$$\Delta h = 18\,469(1 + 0,003663 \cdot t) \cdot (\lg B_1 - \lg B_2).$$

A magasságkülönbségek folyamatos számítására azonban ez a képlet nehézkes, ezért a mérések nagy részében az egyszerűsített formájú *Jacques Babinet* (1794–1872) által felállított képletet alkalmazzák. Ez a képlet a Magyarországra érvényes állandók felhasználásával:

$$\Delta h = \left(\frac{16042}{B_1 + B_2} + \frac{58,79}{B_1 + B_2} \cdot t \right) \cdot (B_1 - B_2);$$

ahol t az átlaghőmérséklet, B_1 a felső, B_2 az alsó pont légnyomása.

A barométeres magasságmérés műszerei három csoportba sorolhatók:

- a *higanybarométerek*, melyeknél a légoszlop a higanyoszloppal tart egyensúlyt;
- a *rugós barométerek* vagy *aneroidok*, melyek a légnyomást rugós mérlegek módján mérik. Az aneroid elnevezés feltalálójától, Vidie-től ered, aki ezzel a folyadéknélküliséget akarta a műszer elnevezésében is kifejezésre juttatni;
- a *termobarométerek*, melyeknél a folyadék forráspontjából állapítják meg a légnyomás értékét.

A *higanybarométerek* – vagy ahogy még nevezik: *folyadékbarométerek* – elve *Evangelista Torricelli* (1608–1647) megfigyelésére vezethető vissza, amely szerint a folyadékszintre nehezedő nyomás a folyadékkal szabadon közlekedő folyadékoszlop súlyának nyomásával tart egyensúlyt. Ha egy egyik végén lezárt légüres csövet nyitott végével vízbe merítünk, akkor a víz a csőben kb. 10 m magasra emelkedik. Ez a vizoszlop tart egyensúlyt a légnyomással. Ha folyadéknak higanyt vesznek, akkor az oszlop magasság körülbelül 760 mm, és ezt később egy atmoszférának vagy normál légköri nyomásnak nevezték. A higanybarométer a terepi munkák magasságméréseinél kényelmetlen, ezért csak laboratóriumi ellenőrzésre használják. A légnyomásmérés egységül az egy milliméter magas higanyoszlop nyomását választották (1 Hgmm), és az elv felfedezője tiszteletére ezt egy *torr*-ra jelölték. Később a meteorológia a *millibar* (*mbar*) egységet vezette be, melynek értékét 0,750 torrnak határozták meg (egy torr = 1,3333 mbar, illetve egy mbar = 0,750 torr, a gyakorlati átszámításnál 1000 mbar = 750 torr-ral). Az 1980-ban bevezetett nemzetközi mértékegység-rendszer – SI – a légnyomásmérés új egységül a *pascal* (Pa) írta elő, melyhez az átszámítás 1 mbar = 100 Pa = 100 N/m² (N = newton).

A *rugós barométerek* vagy *aneroidok* terjedtek el a térképezési gyakorlatban a leginkább. A műszer fő részét egy csaknem légüres doboz jelenti, amelynek teteje vékony hullámos fémlemez (membrán). A légnyomásváltozás hatására a membrán kis értékkel megemelkedik